

## Semaine 10 – du 1 au 5 décembre

### I Sommes et produits

Manipulations de sommes : linéarité, changements d'indice, regroupements par paquets.

**Sommes à connaître absolument** :  $\sum_{k=n}^p q^k, \sum_{k=0}^n k, \sum_{k=0}^n k^2, \sum_{k=0}^n k^3$ .

Sommes télescopiques.

Manipulations de produits : multiplicativité, changements d'indice et compagnie. Factorielle.

Coefficients binomiaux, formules essentielles, triangle de Pascal.

**Formule du binôme de Newton.**

Applications en trigonométrie : linéarisations et délinéarisations.

Découper le rectangle/carré/triangle, et savoir compter le nombre de points.

**Sommes doubles et produits doubles**, manipulations classiques.

### II Systèmes linéaires

Vocabulaire, systèmes homogènes, systèmes compatibles/incompatibles, systèmes de Cramer. Systèmes équivalents.

Systèmes homogène associé à un système.

Systèmes triangulaires, résolution.

**Systèmes échelonnés**, vocabulaire : pivots, inconnues principales/secondaires, rang.

Nombre de solutions et résolution d'un système échelonné.

Opérations élémentaires, résolution générale par l'algorithme du **pivot de Gauss**.

Rang d'un système linéaire, invariance.

### III Python

Opérations sur les nombres. Variables. Modules `math` et `random`.

Fonctions Python.

Instructions conditionnelles (`if`, `elif`, `else`).

Boucles conditionnelles (`while`).

Boucles bornées (`for`), en itérant sur une liste ou sur un `range`.

Manipulation de listes.

Tracé de courbes à l'aide des modules `matplotlib.pyplot` et `numpy`.

Boucles imbriquées.

#### Les essentiels

1. Énoncer la formule du binôme de Newton, et développer  $(a + b)^7$  pour  $a, b \in \mathbb{C}$ .
2. Soit  $n \in \mathbb{N}$  et  $(a_{i,j}) \in \mathbb{R}[[1,n]]^2$ . Donner 3 manières différentes d'écrire la somme des  $(a_{i,j})_{1 \leq i \leq j \leq n}$ , et calculer la somme  $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^j x^j$  pour  $x \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ .
3. Donner une suite d'instructions Python qui permette de calculer la somme suivante :  $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} i^j$ .
4. Résoudre un système échelonné simple, après avoir déterminé ses pivots, ses inconnues principales et secondaires, et son rang.
5. Donner la définition des 3 opérations élémentaires, et décrire l'algorithme du pivot de Gauss.