

Semaine 10 – du 1 au 5 décembre

I Sommes et produits

Manipulations de sommes : linéarité, changements d'indice, regroupements par paquets.

Sommes à connaître absolument : $\sum_{k=n}^p q^k, \sum_{k=0}^n k, \sum_{k=0}^n k^2, \sum_{k=0}^n k^3$.

Sommes télescopiques.

Manipulations de produits : multiplicativité, changements d'indice et compagnie. Factorielle.

Coefficients binomiaux, formules essentielles, triangle de Pascal.

Formule du binôme de Newton.

Applications en trigonométrie : linéarisations et délinéarisations.

Découper le rectangle/carré/triangle, et savoir compter le nombre de points.

Sommes doubles et produits doubles, manipulations classiques.

II Systèmes linéaires

Vocabulaire, systèmes homogènes, systèmes compatibles/incompatibles, systèmes de Cramer. Systèmes équivalents.

Systèmes homogène associé à un système.

Systèmes triangulaires, résolution.

Systèmes échelonnés, vocabulaire : pivots, inconnues principales/secondaires, rang.

Nombre de solutions et résolution d'un système échelonné.

Opérations élémentaires, résolution générale par l'algorithme du **pivot de Gauss**.

Rang d'un système linéaire, invariance.

III Python

Opérations sur les nombres. Variables. Modules `math` et `random`.

Fonctions Python.

Instructions conditionnelles (`if, elif, else`).

Boucles conditionnelles (`while`).

Boucles bornées (`for`), en itérant sur une liste ou sur un `range`.

Manipulation de listes.

Tracé de courbes à l'aide des modules `matplotlib.pyplot` et `numpy`.

Boucles imbriquées.

Les essentiels

1. Énoncer la formule du binôme de Newton, et développer $(a + b)^7$ pour $a, b \in \mathbb{C}$.
2. Soit $n \in \mathbb{N}$ et $(a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{[1,n]^2}$. Donner 3 manières différentes d'écrire la somme des $(a_{i,j})_{1 \leq i \leq j \leq n}$, et calculer la somme $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^j x^j$ pour $x \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$.
3. Donner une suite d'instructions Python qui permette de calculer la somme suivante : $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} i^j$.
4. Résoudre un système échelonné simple, après avoir déterminé ses pivots, ses inconnues principales et secondaires, et son rang.
5. Donner la définition des 3 opérations élémentaires, et décrire l'algorithme du pivot de Gauss.