

Semaine 14 – du 12 au 16 janvier

I Matrices

Définitions. Matrices carrées, lignes et colonnes. 0 et I_n .

Opérations matricielles :

Somme et multiplication par un scalaire.

Produit matriciel. Propriétés.

Puissances de matrices carrées et **binôme de Newton** pour des matrices qui commutent.

Transposition et propriétés.

Matrices inversibles : définition et propriétés opératoires.

Cas des matrices 2×2 , déterminant et inverse.

Matrices d'opérations élémentaires. Matrices échelonnées, rang.

Pivot de Gauss sur les matrices. Calcul de rang. Calcul de l'inverse.

Matrice associée à un système, résolution dans le cas d'une matrice inversible.

Matrices diagonales, triangulaires, symétriques et antisymétriques.

Multiplication à gauche ou à droite par une matrice diagonale.

II Équations différentielles

Généralités et vocabulaire.

Équations d'ordre 1 :

- Le cas des coefficients constants.
- Le cas homogène.
- Principe de superposition.
- Recherche d'une solution particulière par variation de la constante.
- Cas général et problème de Cauchy

Équations d'ordre 2 à coefficients constants :

- Le cas homogène.
- Principe de superposition et problème de Cauchy
- *Non exigible (HP)* : forme d'une solution particulière quand le second membre est de la forme $P(x)e^{rx}$.

III Python

Algorithmique de base et syntaxe Python (variables, opérations, fonctions, if/elif/else, boucles while, boucles for).

Manipulation de listes.

Tracé de courbes à l'aide des modules `matplotlib.pyplot` et `numpy`.

Boucles imbriquées, calculs de sommes et produits.

Manipulation de chaînes de caractères.

Lectures et écritures de fichiers texte.

Programmation récursive

Les essentiels

1. Donner la définition d'une matrice échelonnée et du rang d'une matrice quelconque. Expliquez comment calculer en pratique l'inverse d'une matrice.
2. Déterminer le rang et calculer l'inverse d'une matrice 3×3 (au choix du colleur).
3. Écrire une version itérative et une version récursive de la fonction `factorielle(n)` en Python.

Résoudre sur \mathbb{R} : $y' - xy = 2xe^{\frac{x^2}{2}}$

Résoudre une équation différentielle d'ordre 2 homogène à coefficients constants (au choix de l'examinateur)

Énoncer le principe de superposition pour une équation différentielle linéaire (E).