

Semaine 2 – du 22 au 26 septembre

I Logique et ensembles

Logique élémentaire, quantificateurs, négations.
Manipulations d'ensembles, unions et intersections quelconques.

II Raisonnements

Méthodes générales pour prouver un $\forall$, un $\exists$, une implication, une équivalence.
Raisonnement par l'absurde.
Disjonction de cas.

Récurrence simple et récurrence forte.

III Équations et inéquations sur $\mathbb{R}$

Résolution d'équations et inéquations :

- polynomiales de degré 2, ou de degré 3 avec une racine évidente.
- rationnelles, avec mise au même dénominateur.
- avec une valeur absolue, par disjonction de cas.
- avec une racine carrée, en prenant garde au signe.
- par changement de variable.
- en utilisant la monotonie de $\exp$ ou $\ln$.
- par étude de fonction.

Équations à paramètres.

IV Python

Opérations sur les nombres. Variables.
Module `math` et module `random` (il faut savoir importer un module entier ou une fonction spécifique).
Fonctions Python.
Instructions conditionnelles (`if`, `elif`, `else`).
Boucles conditionnelles (`while`).

Les essentiels

1. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Écrire à l'aide des quantificateurs 2 des assertions suivantes (ou leur négation) :
 - a) f atteint son maximum en $x = 3$.
 - b) f est (dé)croissante.
 - c) f est (im)paire.
 - d) f est constante.
 - e) f est à valeurs (strictement) positives.
 - f) f ne prend que des valeurs rationnelles.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
3. Résoudre sur $\mathbb{R}$ une équation polynomiale de degré 3 avec racine évidente.
4. Résoudre sur $\mathbb{R}$ une inéquation rationnelle, comme par exemple :
$$\frac{x}{x-1} \leq \frac{x-3}{x+2}$$
5. Résoudre l'inéquation suivante sur $\mathbb{R}$: $x^2 + 3|x| - 10 \leq 0$.
6. Résoudre l'inéquation suivante sur son domaine d'existence : $\sqrt{x^2 - 1} \geq x$.