

I Limites de suites

Le chapitre doit être bien maîtrisé pour appréhender correctement les limites de fonctions.

II Limites de fonctions

Notion de voisinage.

Définitions avec les quantificateurs et représentations graphiques :

- Limite finie ou infinie en un réel x_0 ;
- Limite finie ou infinie en $\pm\infty$;
- Limite finie ou infinie à gauche ou à droite en un réel x_0 .

Unicité de la limite, cas où $x_0 \in \mathcal{D}_f$.

Lien entre limite à gauche, limite à droite et limite.

Limite et inégalités :

- Limite et signe.
- Passage à la limite dans les inégalités larges.
- Comparaisons et encadrements.
- Théorème de la limite monotone.

Équivalents : définition (avec $f(x) = \varphi(x)g(x)$, version avec $\frac{f(x)}{g(x)} \xrightarrow{x \rightarrow x_0} 1$ quand g ne

s'annule pas au voisinage de x_0) ; équivalents usuels, propriétés et règles de calcul.

Fonctions négligeables : définition à connaître, mais aucune technicité n'est attendue pour le moment.

III Fonctions continues

Définitions, fonctions usuelles et opérations.

Prolongements par continuité.

3 théorèmes sur la continuité :

- Théorème des valeurs intermédiaires.
- Théorème des bornes atteintes.
- Théorème de la bijection continue.

IV Python

Attention ! La colle commencera par une question Python de 5-10 minutes maximum, portant sur l'écriture d'une **fonction simple sur les matrices**.

L'examineur pourra demander de représenter les matrices comme des listes de listes ou comme des tableaux numpy.

Les élèves pourront avoir leur antisèche agro-véto avec eux.

Exemples de fonctions : valeur ou position du maximum ou du minimum, calcul de la transposée, renvoi d'un booléen qui indique si la matrice est diagonale (triangulaire, symétrique, antisymétrique), etc.

Les essentiels

1. Écrire avec des quantificateurs 2 ou 3 définitions sur les limites choisies par le colleur : limites finies ou infinies, en un point x_0 ou en $\pm\infty$. Représentations graphiques associées.
2. Énoncer le théorème de la limite monotone pour les fonctions croissantes, et la proposition qui fait le lien entre limite à gauche, limite à droite et limite globale d'une fonction en $x_0 \in \mathbb{R}$.
3. Énoncer le théorème de comparaison et le théorème d'encadrement, au voisinage de $x_0 \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$.
4. Donner la définition de deux fonctions équivalentes au voisinage de $x_0 \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$, et d'une fonction négligeable devant une autre, avec un exemple à chaque fois.
5. Étudier la continuité d'une fonction définie par un recollement.
6. Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires et donner l'idée de sa preuve (avec notamment un dessin).
7. Énoncer le théorème des bornes atteintes et le théorème de la bijection continue.