

Semaine 23 – du 30 mars au 3 avril

I Polynômes

Définitions, opérations, **degré**. Notion de racine, factorisation par $(X - \alpha)$.
Degré et nombre de racines. Caractérisations du polynôme nul par les racines.
Ordre de multiplicité, généralisation des résultats précédents aux racines comptées avec multiplicité.

Caractérisation de la multiplicité à l'aide des dérivées successives.

Note : $\mathbb{C}[X]$ n'est pas au programme de première année.

II Suites implicites et suites récurrentes

Suites définies implicitement, par u_n l'unique solution sur I de l'équation $f_n(x) = 0$. Étude : la suite est bien définie, majoration/minoration, monotonie, convergence.

Suites récurrentes définies par $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est une fonction continue.
Étude : tracé de \mathcal{C}_f et de la droite d'équation $y = x$, intervalle(s) stable(s), points fixes pour obtenir les limites éventuelles, monotonie, convergence.

III Dérivabilité

Définition. Dérivable \implies continue. Dérivabilité à gauche / à droite. Tangentes.
Opérations arithmétiques, composition et réciproque. Théorèmes fondamentaux :

- Extremum local et dérivée.
- **Théorème de Rolle.**
- **Théorème des accroissements finis, utilisation pour montrer des inégalités.**
- Dérivée et sens de variations.

Dérivées d'ordre supérieur, classes $\mathcal{D}^n(I)$, $\mathcal{C}^n(I)$, $\mathcal{C}^\infty(I)$.

Note : L'IAF n'est pas au programme, on repasse par le TAF à chaque fois !

IV Python

Attention ! La colle commencera par une question Python de 5-10 minutes maximum, portant sur **les tracés de graphes et la dichotomie**.

On n'oubliera pas d'importer les bibliothèques Python utilisées.

Les élèves pourront avoir leur antisèche agro-véto avec eux.

Questions possibles :

- écrire un programme qui donne une approximation d'un zéro d'une fonction donnée par l'examineur.
- écrire la fonction `dichotomie(f, a, b, eps)` qui réalise l'algorithme de dichotomie à une fonction f quelconque sur l'intervalle $[a, b]$ avec un seuil ε .
- écrire un programme qui trace le graphe d'une fonction usuelle choisie par l'examineur, ainsi que ses asymptotes et tangentes remarquables.

Les essentiels

1. Donner la définition d'une racine de multiplicité m , et expliquer comment calculer en pratique la multiplicité d'une racine.
2. Énoncer et démontrer la caractérisation des racines simples et multiples à l'aide de P et P' .
3. Donner la définition de la dérivabilité d'une fonction f en un point x_0 . Montrer que la fonction carré est dérivable sur \mathbb{R} et obtenir l'expression de sa dérivée.
4. Énoncer le résultat sur la dérivabilité de la réciproque, et calculer la dérivée de \arctan .
5. Énoncer le théorème de Rolle et le TAF, avec interprétation graphique.
6. Montrer que f est croissante sur $[a, b]$ si et seulement si $\forall x \in]a, b[, f'(x) > 0$.