

## Semaine 24 – du 7 au 10 avril

### I Dérivabilité

Définition. Dérivable  $\implies$  continue. Dérivabilité à gauche / à droite. Tangentes. Opérations arithmétiques, composition et réciproque. Théorèmes fondamentaux :

- Extremum local et dérivée.
- **Théorème de Rolle.**
- **Théorème des accroissements finis, utilisation pour montrer des inégalités.**
- Dérivée et sens de variations.

Dérivées d'ordre supérieur, classes  $\mathcal{D}^n(I), \mathcal{C}^n(I), \mathcal{C}^\infty(I)$ .

Note : L'IAF n'est pas au programme, on repasse par le TAF à chaque fois !

### II Espaces vectoriels

Définition, exemples essentiels :  $\mathbb{K}^n, \mathbb{R}[X], \mathcal{F}(I, \mathbb{R}), \mathbb{R}^{\mathbb{N}}, \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

**Note :** Le programme porte essentiellement sur  $\mathbb{K}^n$ , mais les autres espaces peuvent être utilisés dès cette année !

Sous-espaces vectoriels, caractérisation, exemples essentiels. Espace vectoriel engendré. Familles génératrices, familles libres, bases et coordonnées.

Espaces de dimension finie, dimension.

Théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète, nombre de vecteurs d'une famille libre/génératrice/base.

Dimension d'un sous-espace vectoriel.

Rang d'une famille de vecteurs, rang et familles libres/génératrices/bases.

**La détermination du rang à l'aide des matrices n'est pas encore au programme cette semaine !** Pour déterminer le rang, on extrait une base de  $\text{Vect}(\mathcal{F})$ .

### III Python

**Attention !** La colle commencera par une question Python de 5-10 minutes maximum, portant sur **les listes**.

N'importe quelle question type oral pourra être posée, tant qu'elle consiste à manipuler des listes en utilisant la syntaxe basique de Python.

Les élèves pourront avoir leur antisèche agro-véto avec eux.

#### Les essentiels

1. Donner la définition de la dérivabilité d'une fonction  $f$  en un point  $x_0$ . Montrer que la fonction carré est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et obtenir l'expression de sa dérivée.
2. Énoncer le résultat sur la dérivabilité de la réciproque, et calculer la dérivée de arctan.
3. Énoncer le théorème de Rolle et le TAF, avec interprétation graphique.
4. Montrer que  $f$  est croissante sur  $[a, b]$  si et seulement si  $\forall x \in ]a, b[, f'(x) \geq 0$ .
5. Donner la caractérisation des sous-espaces vectoriels. Montrer que l'ensemble  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x - 2y = 0\}$  est un sev de  $\mathbb{R}^2$ .
6. Donner la définition (avec les quantificateurs) de famille libre, de famille génératrice et de base. Donner les bases canoniques de  $\mathbb{K}^n$  et  $\mathbb{R}_n[X]$ .
7. Énoncer le théorème de la base extraite et le théorème de la base incomplète. Donner (à l'oral) les méthodes pour extraire ou compléter une base.
8. Donner la définition de dimension d'un espace vectoriel de dimension finie, la définition du rang d'une famille de vecteurs, et énoncer la propriété qui fait le lien entre le rang et le caractère libre/générateur.