Semaine 27 – du 18 au 22 mai

I Intégration

Rappels du chapitre "primitives et intégrales" : calculs d'intégrales et de primitives soit de manière directe, soit par un changement de variable ou une intégration par parties.

Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive par l'aire sous la courbe. Partie positive et partie négative d'une fonction de signe quelconque. Ordre des bornes.
Sommes de Riemann.
Propriétés de l'intégrale : relation de Chasles, linéarité, positivité et croissance, inégalité triangulaire, inégalité de la moyenne.
Théorème fondamental de l'analyse.

Exercices classiques : étude d'une suite ou d'une fonction définie par une intégrale.

II Applications linéaires

Définition, propriétés, vocabulaire (endomorphisme, isomorphisme, automorphisme).
Opérations sur les applications linéaires (somme, produit pas un scalaire, composition, réciproque).
Image et noyau : définition, détermination d'une base, lien avec l'injectivité et la surjectivité.

En dimension finie.
Détermination par l'image des vecteurs d'une base. Lien avec injectivité etc.
Rang d'une application linéaire : définition, propriétés (injectivité etc.).
⚠ Les matrices associées à une application linéaire n'ont pas encore été vues, ni le théorème du rang.
On peut faire des exemples dans d'autres espaces que $\mathbb{K}^n$, mais de manière plus guidée.

III Python

On commencera par une question courte de Python portant sur n'importe lequel des points suivants :

- Manipulations de listes ou de chaînes de caractères.
- Tracé de graphes avec matplotlib.pyplot (et numpy).
- Matrices comme listes de listes ou comme numpy.array.
- Dichotomie.
- Manipulation de dictionnaires.

L'antisèche Python Agro-Véto est autorisée.

Les essentiels

1. Calculer une intégrale à l'aide d'une IPP ou d'un changement de variable.
2. Énoncer le théorème sur les sommes de Riemann et son corollaire (sur $[0,1]$). Expliquer à l'aide d'un dessin.
3. Énoncer la propriété de positivité et croissance de l'intégrale (y compris la stricte positivité !).
4. Donner la définition d'une application linéaire. Définir son image et son noyau.
5. Montrer qu'une application linéaire est injective si et seulement si son noyau est réduit au vecteur nul.
6. Définir le rang d'une application linéaire et énoncer le théorème qui fait le lien entre le rang et l'injectivité (surjectivité, bijectivité).