

## Semaine 9 – du 24 au 28 novembre

### I Sommes et produits

Manipulations de sommes : linéarité, changements d'indice, regroupements par paquets.

**Sommes à connaître absolument :**  $\sum_{k=n}^p q^k, \sum_{k=0}^n k, \sum_{k=0}^n k^2, \sum_{k=0}^n k^3$ .

Sommes télescopiques.

Manipulations de produits : multiplicativité, changements d'indice et compagnie.  
Factorielle.

Coefficients binomiaux, formules essentielles, triangle de Pascal.

**Formule du binôme de Newton.**

Applications en trigonométrie : linéarisations et délinéarisations.

Découper le rectangle/carré/triangle, et savoir compter le nombre de points.

**Sommes doubles** et produits doubles, manipulations classiques.

### II Python

Opérations sur les nombres. Variables. Modules `math` et `random`.

Fonctions Python.

Instructions conditionnelles (`if`, `elif`, `else`).

Boucles conditionnelles (`while`).

Boucles bornées (`for`), en itérant sur une liste ou sur un `range`.

Manipulation de listes.

Tracé de courbes à l'aide des modules `matplotlib.pyplot` et `numpy`.

### Les essentiels

1. Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Démontrer par des manipulations sur les sommes que

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}. \text{ En déduire la valeur de } \sum_{k=6}^{15} (1 - 2k).$$

2. Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer la somme  $\sum_{i=1}^{2n} (-1)^i i$ , ainsi que la somme  $\sum_{i=0}^n \exp(i)$ .

3. Énoncer la formule du binôme de Newton, et développer  $(a + b)^7$  pour  $a, b \in \mathbb{C}$ .

4. Soit  $n \in \mathbb{N}$  et  $(a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{\llbracket 1,n \rrbracket^2}$ . Donner 3 manières différentes d'écrire la somme des  $(a_{i,j})_{1 \leq i \leq j \leq n}$ , et calculer la somme  $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^j x^j$  pour  $x \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ .

5. Donner une suite d'instructions Python qui permette de tracer et d'afficher le graphe de la fonction exponentielle sur l'intervalle  $[-3, 3]$ .