

Semaine 9 – du 24 au 28 novembre

I Sommes et produits

Manipulations de sommes : linéarité, changements d'indice, regroupements par paquets.

Sommes à connaître absolument : $\sum_{k=n}^p q^k, \sum_{k=0}^n k, \sum_{k=0}^n k^2, \sum_{k=0}^n k^3$.

Sommes télescopiques.

Manipulations de produits : multiplicativité, changements d'indice et compagnie. Factorielle.

Coefficients binomiaux, formules essentielles, triangle de Pascal.

Formule du binôme de Newton.

Applications en trigonométrie : linéarisations et délinéarisations.

Découper le rectangle/carré/triangle, et savoir compter le nombre de points.

Sommes doubles et produits doubles, manipulations classiques.

II Python

Opérations sur les nombres. Variables. Modules `math` et `random`.

Fonctions Python.

Instructions conditionnelles (`if`, `elif`, `else`).

Boucles conditionnelles (`while`).

Boucles bornées (`for`), en itérant sur une liste ou sur un `range`.

Manipulation de listes.

Tracé de courbes à l'aide des modules `matplotlib.pyplot` et `numpy`.

Les essentiels

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Démontrer par des manipulations sur les sommes que

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}. \text{ En déduire la valeur de } \sum_{k=6}^{15} (1-2k).$$

2. Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer la somme $\sum_{i=1}^{2n} (-1)^i i$, ainsi que la somme $\sum_{i=0}^n \exp(i)$.

3. Énoncer la formule du binôme de Newton, et développer $(a+b)^7$ pour $a, b \in \mathbb{C}$.

4. Soit $n \in \mathbb{N}$ et $(a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{[1,n]^2}$. Donner 3 manières différentes d'écrire la somme des $(a_{i,j})_{1 \leq i \leq j \leq n}$, et calculer la somme $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^j x^j$ pour $x \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$.

5. Donner une suite d'instructions Python qui permette de tracer et d'afficher le graphe de la fonction exponentielle sur l'intervalle $[-3, 3]$.