Exemples du chapitre 5 – Nombres complexes

Exemple 1

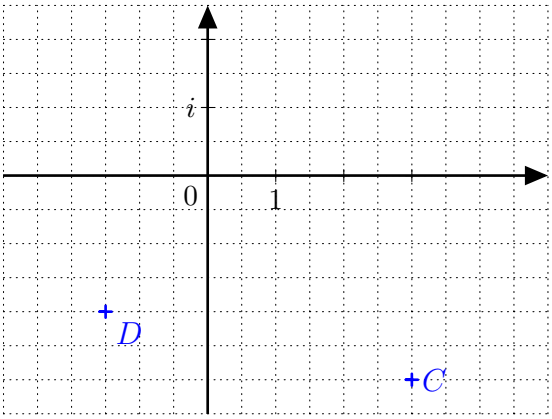
- $z = 1 - 5i$ est un nombre complexe ($z \in \mathbb{C}$), tel que Ré$(z) = 1$ et Ré$(z) = -5$.
-

z	$2+3i$	$-1+\frac{1}{2}i$	$4i-5$	$-i$	$\sqrt{2}$	$7i+i^2$	$\frac{5-2i}{3}$
Ré(z)							
Im(z)							
$\overline{z}$							
$\lvert z\rvert$							

Exemple 2

1. Déterminer Ré$\left((3-i)(2i+4)\right)$.
   On a : $z = (3-i)(2i+4) =$
   D'où Ré$(z) =$
2. Mettre sous forme algébrique : $(2-5i)^2$, i^3, i^{10}.

Exemple 3



1. Donner les affixes respectives :
   - du point C : $z_C =$
   - du point D : $z_D =$
   - du vecteur $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{DC}$: $z_{\overrightarrow{u}} =$
2. Placer sur le graphique :
   - le point M d'affixe $z_M = 2i+1$
   - le point N d'affixe $z_N = \dfrac{7-3i}{2}$
   - Le vecteur $\overrightarrow{v}$ d'affixe $\dfrac{1}{3}z_C$
   - Le vecteur $\overrightarrow{w}$ d'affixe $z_C - z_D$

Exemple 4

1. Compléter l'avant-dernière ligne du tableau dans le premier exemple de ce chapitre.
2. Placer dans le graphique précédent que le point D' d'affixe $\overline{z_D}$. Que constate-t-on ?

Exemple 5

Mettre sous forme algébrique le nombre complexe $\dfrac{3-i}{2+5i}$.
On multiplie de numérateur et le dénominateur par :
On obtient :

Exemple 6

Compléter la dernière ligne du tableau dans le premier exemple de ce chapitre.

Exemple 7

Pour chaque équation, déterminer toutes ses solutions complexes, et les représenter dans le plan.

a) $x^2 + 4x + 5 = 0$ b) $2x(x-1) = -5$ c) $x^3 - 5x^2 + 4x + 10 = 0$

Exemple 8

a) $e^{i0} =$ b) $e^{i\frac{\pi}{2}} =$ c) $e^{i\frac{\pi}{6}} =$

d) $e^{\frac{19i\pi}{4}} =$

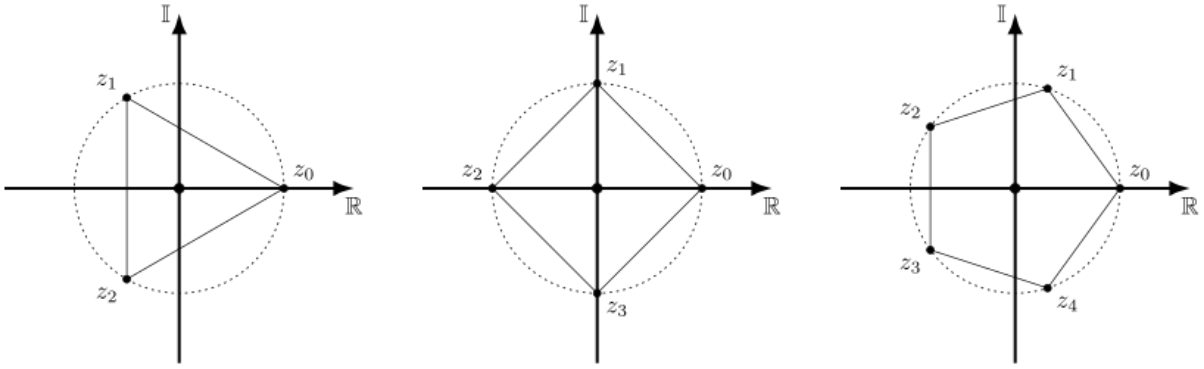
Donner trois forme exponentielles possibles pour $z = -1$: .....

Exercice 1. *À l'aide de la technique de l'angle moitié :*

1. *Obtenir une formule de* $\cos(a) + \cos(b)$ *sous forme factorisée.*
2. *Simplifier au maximum l'expression* $\dfrac{1 - e^{i\theta}}{1 - e^{-i\theta}}$, *pour* $\theta \in \mathbb{R}\backslash\{2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. *On écrira* $1 = e^{i0}$ *sous forme exponentielle.*
3. *Obtenir une forme factorisée simplifiée de* $\dfrac{e^{in\theta} - e^{ip\theta}}{1 - e^{i\theta}}$, *pour* $\theta \in \mathbb{R}\backslash 2\pi\mathbb{Z}$ *et* $n, p \in \mathbb{Z}$.

Exemple 9

1. Mettre $4e^{\frac{2i\pi}{3}}$ sous forme algébrique.
2. Mettre $-3 + 3i$ sous forme exponentielle.



Exercice 2. *Déterminer l'ensemble des racines* 6*-ièmes de l'unité et les représenter dans le plan complexe. Même question avec les racines* 8*-ièmes de l'unité.*

Exercice 3. *Résoudre l'équation* $z^3 = 1 + i$, *puis l'équation* $z^4 = -1$.