

TP 13 Python – Algorithmes de tri

L'objectif du TP est de passer en revue différentes manières de trier une liste de nombres, c'est-à-dire de ranger ses éléments dans l'ordre croissant.

Exercice 1. Écrire une fonction `est_triée(L)` qui prend en argument une liste de nombres, et qui renvoie un booléen indiquant si la liste est ou non triée par ordre croissant.

Dans la suite, on voit trois algorithmes de tri qui sont au programme : le tri par sélection, le tri par insertion et le tri par comptage.

Pour rappel, deux algorithmes ont déjà été vus dans des séances précédentes : le tri à bulles et le tri fusion.

1. Tri par sélection

Regarder l'animation suivante :

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/94/Selection-Sort-Animation.gif>

Le tri par sélection consiste à répéter l'instruction suivante : **trouver le k -ième élément le plus petit, puis à l'échanger avec le k -ième élément.**

Ainsi, après l'étape i , les i premiers éléments de la liste sont les i plus petits, dans l'ordre croissant.

Exemple

On veut trier la liste $L = [6, 4, 2, 6, 3, 1]$.

- Le minimum de L est 1 ; on l'échange avec 6. On obtient $L = [1, 4, 2, 6, 3, 6]$.
- On sélectionne ensuite le 2 ; on l'échange avec 4 . On obtient $L = [1, 2, 4, 6, 3, 6]$.
- On sélectionne ensuite le 3 ; on l'échange avec 4. On obtient $L = [1, 2, 3, 6, 4, 6]$
- On sélectionne ensuite le 4 ; on l'échange avec 6. On obtient $L = [1, 2, 3, 4, 6, 6]$
- La liste obtenue est alors triée.

Exercice 2. Écrire une fonction `Recherche_min(L,i)` qui prend en paramètre une liste de nombres L et un indice i , et qui renvoie l'**indice** du plus petit élément de la liste L après l'indice i .

Exercice 3. En déduire une fonction `Tri_sélection(L)` qui trie une liste à l'aide de la méthode du tri par sélection.

2. Tri par insertion

Voici la définition de ce tri obtenue sur Wikipédia :

Dans l'algorithme, on parcourt le tableau à trier du début à la fin. Au moment où on considère le i -ième élément, les éléments qui le précèdent sont déjà triés. Pour faire l'analogie avec l'exemple du jeu de cartes, lorsqu'on est à la i -ième étape du parcours, le i -ième élément est la carte saisie, les éléments précédents sont la main triée et les éléments suivants correspondent aux cartes encore mélangées sur la table.

L'objectif d'une étape est **d'insérer le i -ième élément à sa place parmi ceux qui précèdent.**

Pour cela, on fait « remonter » l'élément au fur et à mesure, en l'échangeant avec son prédécesseur s'ils sont dans le mauvais ordre, et ainsi de suite jusqu'à rencontrer un élément plus petit : il est alors à sa place dans le début de la liste.

Ainsi, après l'étape i , les i premiers éléments de la liste sont les mêmes qu'à l'origine, mais triés dans l'ordre croissant.

Allez voir l'animation suivante :

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0f/Insertion-sort-example-300px.gif>

Ou encore la chorégraphie : <https://youtu.be/R0a1U37913U>

Exercice 4. Écrire une fonction `Insert(L,i)` qui prend comme argument une liste L qu'on suppose triée jusqu'à l'indice $i-1$ et qui insère l'élément $L[i]$ parmi les i premiers éléments de L , de telle sorte que la liste L soit triée jusqu'à l'indice i .

Exercice 5. En déduire une fonction `Tri_insertion(L)` qui trie une liste à l'aide de la méthode du tri par insertion.

3. Tri par comptage

Pour le tri par comptage, on suppose que les éléments de la liste L appartiennent tous à un même ensemble E (par exemple $E = \{0, 1, \dots, n\}$).

Pour trier L , on commence par créer une liste des **occurrences** qui compte le nombre de fois que chaque élément de E apparaît dans L .

Pour trier L , il n'y a plus qu'à parcourir les éléments de E dans l'ordre et les placer le bon nombre de fois dans une nouvelle liste, qui sera alors la liste L triée dans l'ordre croissant.

Exemple

On veut trier $L = [3, 1, 1, 5, 9, 9, 1, 3, 4, 3, 7, 6]$. On sait que les éléments sont compris entre 0 et 9.

On commence par la liste des occurrences : $Occ = [0, 3, 0, 3, 1, 1, 1, 1, 0, 2]$ (0 n'apparaît pas, 1 apparaît 3 fois, 2 n'apparaît pas, ..., 9 apparaît 2 fois).

Ainsi, on obtient $M = [1, 1, 1, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 9]$ en remettant les nombres dans l'ordre le bon nombre de fois (pas de 0, puis trois 1, pas de 2, trois 3, etc.).

Exercice 6. Écrire une fonction `Occurrences(L,a,b)` qui prend en argument une liste L et deux entiers a, b ($a \leq b$), en supposant que les valeurs de L sont comprises dans l'intervalle $\llbracket a, b \rrbracket$. La fonction doit renvoyer une liste qui indique dans l'ordre le nombre d'occurrences de $a, a+1, a+2, \dots, b$ dans la liste L .

Exercice 7. En déduire une fonction `Tri_comptage(L)` qui trie une liste à l'aide de la méthode du tri par comptage.

4. Applications aux statistiques (DM)

Dans cette section, on représente des séries statistiques quantitatives par des listes de nombres. On s'autorisera à utiliser les fonctions déjà codées précédemment, ainsi que l'instruction `len(L)`.

- Exercice 8.**
1. Écrire une fonction `Médiane(L)` qui prend en argument une liste de valeurs, et qui renvoie sa médiane. Attention, la liste devra être triée pour pouvoir déterminer sa médiane !
 2. Écrire de même une fonction `Quartiles(L)` qui renvoie le premier et le troisième quartile d'une série statistique.
 3. En déduire une fonction `Écart_interquartile(L)`.
 4. Écrire une fonction `Moustache(L)` qui renvoie dans l'ordre tous les éléments du diagramme à moustache d'une série statistique représentée par une liste L .

Exercice 9. Écrire une fonction `Fréquences(L)` qui prend en argument une série statistique représentée par une liste de nombres, et qui renvoie une liste composée de couples (valeur, fréquence) qui donnent toutes les valeurs prises par la série statistique, et les fréquences de ces valeurs.

Par exemple, `Fréquences([0, 1, 0, 6, 0, 0, 1, 2, 0, 1])` pourra renvoyer la liste : $[(0, 0.5), (1, 0.3), (2, 0.1), (6, 0.1)]$.

- Exercice 10.**
1. Écrire une fonction `Moyenne(L)` qui calcule la moyenne d'une liste de valeurs.
 2. Aller chercher dans vos **cours de lycée** (et éventuellement sur internet) la définition de la variance et de l'écart-type d'une série statistique. On recopiera et on apprendra ces définitions.
 3. Écrire une fonction qui calcule la variance d'une liste de valeurs, et en déduire une fonction qui renvoie son écart-type.