

# Interro 1

1. Soit  $n$  un entier,  $x$  un réel, et  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ . Donner la négation de chacune des assertions suivantes :

- |                                                                                                 |                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| a) $(n > 100)$ ou $(n$ n'est pas divisible par 3)                                               | b) $-3 < x \leq 7$                            |
| c) $x \in \mathbb{Q} \implies  x  = 1$                                                          | d) $\forall a \in \mathbb{R}, f(a) \geq f(3)$ |
| e) $\exists t \in \mathbb{R}, \forall a \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{Z}, f(a + n) = t$ |                                               |

**Solution :**

- |                                                                                                    |                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| a) $n \leq 100$ et $(n$ est divisible par 3)                                                       | b) $-3 \geq x$ ou $x > 7$                  |
| c) $x \in \mathbb{Q}$ et $ x  \neq 1$                                                              | d) $\exists a \in \mathbb{R}, f(a) < f(3)$ |
| e) $\forall t \in \mathbb{R}, \exists a \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{Z}, f(a + n) \neq t$ |                                            |

2. Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Écrire à l'aide des quantificateurs les assertions suivantes :

- |                                              |                            |
|----------------------------------------------|----------------------------|
| a) $f$ atteint son maximum en $x = 1$        | b) $f$ n'est pas paire     |
| c) $f$ ne prend que des valeurs rationnelles | d) $f$ n'est pas constante |

**Solution :**

- |                                                    |                                                  |
|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| a) $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq f(1)$      | b) $\exists x \in \mathbb{R}, f(-x) \neq f(x)$   |
| c) $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \in \mathbb{Q}$ | d) $\exists x, y \in \mathbb{R}, f(x) \neq f(y)$ |

Autre possibilité pour la d) :  $\forall c \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) \neq c$ .

3. Écrire le plus simplement possible chacun des ensembles suivants. On ne demande pas de justification.

- |                                    |                                                 |                                                  |
|------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| a) $[3; 7] \cup ] - \infty; 3]$    | b) $[3; 7] \cap ] - \infty; 3]$                 | c) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{R}_+^* \cap [-5; 5[$ |
| d) $\bigcup_{n=1}^{100} ] - n; n[$ | e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$ |                                                  |

**Solution :**

- |                     |               |                     |
|---------------------|---------------|---------------------|
| a) $] - \infty; 7]$ | b) $\{3\}$    | c) $\{1; 2; 3; 4\}$ |
| d) $] - 100; 100[$  | e) $\{1; 3\}$ |                     |

Pour la e), on trouve les racines du trinôme à l'aide du discriminant :

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 16 - 12 = 4 = 2^2$  donc on a deux racines données par  $\frac{4 \pm 2}{2} = 2 \pm 1 : 1$  et  $3$ .