

Interro 7

1. Tracer sans justifier et le plus précisément possible le graphe des fonctions suivantes sur leur domaine de définition :

a) $x \mapsto x^5$

b) $x \mapsto \frac{1}{x^\pi}$

c) $x \mapsto \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$

d) $x \mapsto |x + 2|$

2. Mettre sous forme algébrique les nombres suivants :

a) i^{15}

b) $(2i - 1)^3$

c) $\frac{1 + 3i}{2 - i}$

Solution :

1. Pour cette question, on se référera au cours.

(a) x^5 est de la forme x^n avec $n \in \mathbb{Z}$ impair ≥ 2

(b) $\frac{1}{x^\pi} = x^{-\pi}$ est de la forme x^α avec $\alpha < 0$.

(c) $\left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ est de la forme a^x avec $0 < a < 1$.

(d) $|x + 2|$ s'obtient à partir du graphe de la valeur absolue par une translation horizontale de 2.

.

2. On utilise les propriétés opératoires habituelles, avec $i^2 = -1$, et la méthode du conjugué pour la question c).

(a) $i^{15} = i \times i^{14} = i \times (i^2)^7 = i \times (-1)^7 = -i$

(b) $(2i - 1)^3 = (2i - 1)(2i - 1)^2 = (2i - 1)((2i)^2 - 2 \times 2i + 1^2) = (2i - 1)(4i^2 - 4i + 1) = (2i - 1)(-4 - 4i + 1)$

$$= (2i - 1)(-3 - 4i) = -6i - 8i^2 + 3 + 4i = -2i + 8 + 3 = 11 - 2i$$

(c) $\frac{1 + 3i}{2 - i} = \frac{(1 + 3i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{2 + i + 6i + 3i^2}{2^2 - i^2} = \frac{2 + 7i - 3}{4 + 1} = \frac{7i - 1}{5} = \frac{-1}{5} + \frac{7}{5}i$