

TD Ch 0 – Récurrences

1. Soit $a \in \mathbb{R}^+$ fixé. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $(1+a)^n \geq 1+na$.

2. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = \frac{2}{2n+1}$.

3. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1+2u_n}{2+u_n}$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $0 < u_n \leq 1$.

4. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 3u_n - 8$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = -3^n + 4$.

TD Ch 0 – Récurrences

1. Soit $a \in \mathbb{R}^+$ fixé. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $(1+a)^n \geq 1+na$.

2. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = \frac{2}{2n+1}$.

3. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1+2u_n}{2+u_n}$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $0 < u_n \leq 1$.

4. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 3u_n - 8$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = -3^n + 4$.

TD Ch 0 – Récurrences

1. Soit $a \in \mathbb{R}^+$ fixé. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $(1+a)^n \geq 1+na$.

2. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = \frac{2}{2n+1}$.

3. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1+2u_n}{2+u_n}$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $0 < u_n \leq 1$.

4. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 3u_n - 8$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = -3^n + 4$.
